

GUÍA DE EJERCICIOS # 7

MA – 1112

I.- Calcular los siguientes límites:

- | | | |
|--|--|---|
| (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x - 1}$ | (2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^6 - 1}{x^4 - 1}$ | (3) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$ |
| (4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$ | (5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ | (6) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3}$ |
| (7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\ln x)^3}{x^2}$ | (8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{x^2}$ | (9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6^x - 2^x}{x}$ |
| (10) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x - \left(\frac{x^2}{2}\right)}{x^3}$ | (11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(\ln x)}{\sqrt{x}}$ | (12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{5x}$ |
| (13) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x - 1}\right)$ | (14) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln x$ | (15) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^2}\right)$ |
| (16) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x$ | (17) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} \ln x$ | (18) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x^2}$ |
| (19) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\ln x)}{\ln x}$ | (20) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x e^{1/x} - x)$ | (21) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{\ln x}}$ |
| (22) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(x + 1) - \ln(x - 1))$ | (23) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\frac{1}{\ln x}}$ | (24) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x)^{\frac{-1}{\sqrt{-\ln x}}}$ |
| (25) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{1}{x}}$ | (26) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x} + \frac{5}{x^2}\right)^x$ | (27) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)^x$ |
| (28) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + x)^{\frac{1}{x}}$ | (29) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x)^{\frac{1}{x}}$ | (30) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x}{x+1}\right)^x$ |
| (31) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^x)^x$ | (32) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (-\ln x)^x$ | (33) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5}\right)^{2x+1}$ |
| (34) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1-e^x}{x^3}$ | (35) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+5) - \ln x)$ | (36) $\lim_{x \rightarrow 0} (x+1)^{\cot x}$ |
| (37) $\lim_{x \rightarrow \pi/2^-} (\sin^2 x)^{\tan x}$ | (38) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(\sin x)$ | (39) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sinh x)^{\tan x}$ |

II.- Determinar si las siguientes integrales impropias convergen o divergen. Para aquellas que converjan, calcule su valor:

- | | | |
|---|--|---|
| (1) $\int_1^{\infty} \frac{1}{(3x-1)^2} dx$ | (2) $\int_2^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(x+2)^2}} dx$ | (3) $\int_0^{\infty} \frac{x}{1+x^2} dx$ |
| (4) $\int_0^{\infty} (5 + e^{-x}) dx$ | (5) $\int_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$ | (6) $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$ |
| (7) $\int_4^{\infty} \frac{x}{\sqrt{(x^2+9)^3}} dx$ | (8) $\int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$ | (9) $\int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^3} dx$ |
| (10) $\int_{-\infty}^3 \frac{1}{\sqrt{7-x}} dx$ | (11) $\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-x^3} dx$ | (12) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x^2+2x-3} dx$ |

$$\begin{array}{lll}
(13) \int_{-\infty}^{\infty} (5 - 3x) dx & (14) \int_1^{\infty} \frac{\ln x}{x} dx & (15) \int_{-\infty}^0 \frac{1}{x^2 - 3x + 2} dx \\
(16) \int_4^{\infty} \frac{x+18}{x^2+x-12} dx & (17) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x^2+9} dx & (18) \int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{x^3} dx \\
(19) \int_0^{\infty} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx & (20) \int_0^5 \frac{1}{x} dx & (21) \int_0^2 \frac{1}{\sqrt{2-x}} dx \\
(22) \int_0^1 x \ln x dx & (23) \int_0^{\pi} \frac{\sin x}{1 + \cos x} dx & (24) \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx \\
(25) \int_1^e \frac{1}{x \ln x} dx & (26) \int_0^3 \frac{1}{x^2-1} dx & (27) \int_0^{\pi/4} \frac{\sec^2 x}{\sqrt{\tan x}} dx
\end{array}$$

III.- Determinar el volumen del sólido generado al hacer girar alrededor del eje indicado, la región plana acotada por las curvas dadas:

- (1) $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = 3$, $y = 0$; eje x
- (2) $y = 3x + 1$, $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$; eje x
- (3) $y = \sqrt{4 - x^2}$, $x = 0$, $x = 2$; eje y
- (4) $y = x^2 - 4x$, $y = 0$; eje x
- (5) $x = y^2$, $y - x + 2 = 0$; eje y
- (6) $y = \sqrt{x}$, $y = 0$; recta $y = 4$
- (7) $y = x^2 - x$, $y = 1 - x^2$; recta $x = 3$
- (8) $y = x^2$, $y = x$; eje y
- (9) $y = (x - 2)^2$, $y = 4$; recta $x = 4$
- (10) $x = -y^2 + 2y$, $x = 0$; recta $x = 2$

IV.- Determinar el volumen del sólido que se genera al hacer girar la región acotada por las gráficas de $y = 2 + 2x - x^2$ y $y = 2$ alrededor de:

- (1) el eje y
- (2) el eje x
- (3) la recta $y = 2$
- (4) la recta $y = 4$
- (5) la recta $x = -2$